



## PATENT ABSTRACTS OF JAPAN

(11) Publication number: **10188042 A**(43) Date of publication of application: **21.07.98**

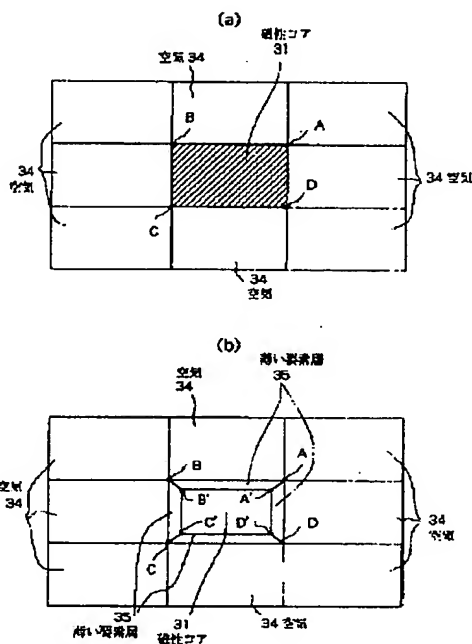
(51) Int. Cl.

**G06T 17/20****G01R 29/08****G01R 33/10****G06F 17/00**(21) Application number: **08350375**(71) Applicant: **CANON INC**(22) Date of filing: **27.12.96**(72) Inventor: **YONEDA HIROSHI****(54) ANALYZING METHOD BY INFINITE ELEMENT METHOD AND DEVICE THEREFOR****(57) Abstract:**

**PROBLEM TO BE SOLVED:** To provide an analyzing method by an infinite element method capable of saving an arithmetic quantity and a using memory and precisely analyzing when a material constant is not continuous such as the presence of a magnetic body ion a node element infinite element method using vector potential.

**SOLUTION:** When a discontinuous face where a material constant (e.g. permeability) discontinuously varies exists between divided elements in the case such as including a magnetic core 31 within a space in analysis by the infinite element method dividing an analyzing object into infinite elements and analyzing them. At least one layer of new elements 35 are added in the normal direction of the discontinuous face at the position of the discontinuous face of the material constant to analyze by the infinite element method.

COPYRIGHT: (C)1998,JPO



(19)日本国特許庁 (J P)

(12) 公 開 特 許 公 報 (A)

(11)特許出願公開番号

特開平10-188042

(43)公開日 平成10年(1998) 7月21日

(51)Int.Cl.<sup>6</sup>

識別記号

F I

G 0 6 T 17/20

G 0 6 F 15/60

6 1 2 J

G 0 1 R 29/08

G 0 1 R 29/08

Z

33/10

33/10

G 0 6 F 17/00

G 0 6 F 15/20

D

審査請求 未請求 請求項の数25 O L (全 15 頁)

(21)出願番号

特願平8-350375

(22)出願日

平成 8 年(1996)12月27日

(71)出願人 000001007

キヤノン株式会社

東京都大田区下丸子 3 丁目30番 2 号

(72)発明者 米田 弘

東京都大田区下丸子 3 丁目30番 2 号 キヤ  
ノン株式会社内

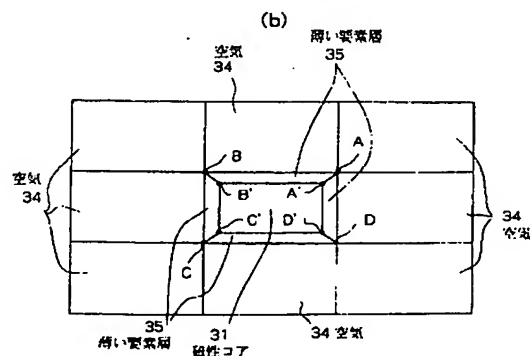
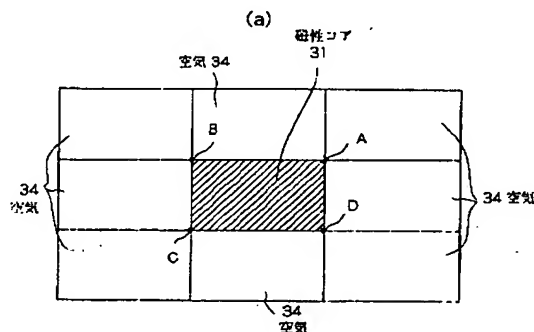
(74)代理人 弁理士 大塚 康徳 (外1名)

(54)【発明の名称】 有限要素法による解析方法及びその装置

(57)【要約】

【課題】 ベクトルポテンシャルを用いた節点要素有限要素法において、磁性体が存在する等のように材料定数が不連続な場合に、計算量や使用メモリを節約して精度よい解析ができる有限要素法による解析方法を提供することを目的とする。

【解決手段】 解析対象を有限の要素に分割して解析する有限要素法による解析で、空間内に磁気コア 31 がある場合のように、分割された要素間に材料定数（例えば透磁率）が不連続に変る不連続面が有る場合に、前記材料定数の不連続面の位置に不連続面の法線方向に少なくとも 1 層の新たな要素 35 を追加して有限要素法による解析を行うことを特徴とする。



**【特許請求の範囲】**

【請求項1】 解析対象を有限の要素に分割して解析する有限要素法による解析方法であって、

分割された要素間に材料定数が不連続に変る不連続面が有る場合に、前記材料定数の不連続面の位置に不連続面の法線方向に少なくとも1層の新たな要素を追加して解析を行うことを特徴とする有限要素法による解析方法。

【請求項2】 前記要素の追加は、材料定数の不連続面上の節点を前記不連続面から離れる方向に移動した位置に新しい節点を生成することによって行われることを特徴とする請求項1記載の有限要素法による解析方法。

【請求項3】 追加される前記要素の位置は要素毎に設定された材料定数の情報に基づいて決定されることを特徴とする請求項1または2記載の有限要素法による解析方法。

【請求項4】 追加される前記要素は、材料定数のより大きい領域内に追加されることを特徴とする請求項3記載の有限要素法による解析方法。

【請求項5】 前記材料定数を透磁率とすることを特徴とする請求項1乃至4のいずれか1つに記載の有限要素法による解析方法。

【請求項6】 追加される前記要素の厚みを磁性体の厚みの4分の1以下にすることを特徴とする請求項5記載の有限要素法による解析方法。

【請求項7】 前記解析は、未知数としてベクトルポテンシャルを用い、かつ3次元節点要素を用いて行なわれることを特徴とする請求項1乃至6のいずれか1つに記載の有限要素法による解析方法。

【請求項8】 解析対象を有限の要素に分割して解析する有限要素法解析装置であって、

分割された要素間に材料定数が不連続に変る不連続面が有るか否かを判断する不連続面判断手段と、

不連続面が有る場合に、前記材料定数の不連続面の位置に不連続面の法線方向に少なくとも1層の新たな要素を追加する要素追加手段と、

新たな要素が追加されてた有限要素に基づいて解析を行う有限要素解析手段とを備えることを特徴とする有限要素法解析装置。

【請求項9】 前記要素追加手段は、材料定数の不連続面上の節点を前記不連続面から離れる方向に移動した位置に新しい節点を生成することにより新たな要素を追加することを特徴とする請求項8記載の有限要素法解析装置。

【請求項10】 前記要素追加手段は、追加される要素の位置を要素毎に設定された材料定数の情報に基づいて決定する要素位置決定手段を備えることを特徴とする請求項8または9記載の有限要素法解析装置。

【請求項11】 前記要素位置決定手段は、前記新たな要素を材料定数のより大きい領域内に追加することを特徴とする請求項10記載の有限要素法解析装置。

【請求項12】 前記材料定数を透磁率とすることを特徴とする請求項8乃至11のいずれか1つに記載の有限要素法解析装置。

【請求項13】 前記要素追加手段は、前記新たな要素の厚みを磁性体の厚みの4分の1以下にする厚み決定手段を更に備えることを特徴とする請求項12記載の有限要素法解析装置。

【請求項14】 前記解析は、未知数としてベクトルポテンシャルを用い、かつ3次元節点要素を用いて行なわれることを特徴とする請求項8乃至13のいずれか1つに記載の有限要素法解析装置。

【請求項15】 解析対象を有限の要素に分割して解析する有限要素法による解析方法であって、

複数位置における磁界の値が与えられた場合に、該磁界の条件を満たすように複数の磁気双極子を配置して空間内の所望の位置の磁界を求め、

前記空間内に磁性体が存在して材料定数が不連続に変る不連続面が有る場合には、前記材料定数の不連続面の位置に不連続面の法線方向に少なくとも1層の新たな要素を追加して有限要素法による解析を行うことを特徴とする有限要素法による解析方法。

【請求項16】 前記磁気双極子の位置を固定し、磁気双極子の大きさと向きとを与えられた磁界の条件を満たすように決定することを特徴とする請求項15記載の有限要素法による解析方法。

【請求項17】 前記磁気双極子の位置と向きを固定し、磁気双極子の大きさを与えられた磁界の条件を満たすように決定することを特徴とする請求項15記載の有限要素法による解析方法。

【請求項18】 前記磁気双極子の位置を、ある1点と与えられた磁界の位置を結ぶ線上に配置することを特徴とする請求項15乃至17のいずれか1つに記載の有限要素法による解析方法。

【請求項19】 前記磁気双極子の位置を、ある1点と与えられた磁界の位置の間に配置することを特徴とする請求項15乃至17のいずれか1つに記載の有限要素法による解析方法。

【請求項20】 1つの磁界の値に対して1つの磁気双極子を配置することを特徴とする請求項15記載の有限要素法による解析方法。

【請求項21】 1つの磁界の値に対して複数の磁気双極子を配置することを特徴とする請求項15記載の有限要素法による解析方法。

【請求項22】 更に、求めた磁気双極子の値をその磁気双極子が代表する体積で割ることによって、磁化密度の分布を計算することを特徴とする請求項15記載の有限要素法による解析方法。

【請求項23】 更に、求めた磁気双極子の値から計算した磁界分布の滑らかさの程度によって、求めた磁気双極子の良否を判定することを特徴とする請求項15記載

の有限要素法による解析方法。

【請求項 2 4】 更に、求めた磁気双極子の値の不均一によって、求めた磁気双極子の良否を判定することの特徴とする請求項 1 5 または 2 3 記載の有限要素法による解析方法。

【請求項 2 5】 更に、求めた磁化密度の値によって、求めた磁気双極子の良否を判定することの特徴とする請求項 1 5 または 2 3 または 2 4 記載の有限要素法による解析方法。

【発明の詳細な説明】

【0001】

【発明の属する技術分野】本発明は有限要素法の解析方法、特に未知数としてベクトルポテンシャルを用い、3次元節点要素を用いた有限要素法解析装置、並びに任意の複数点の磁界を境界条件として与えられた場合の磁界の方程式を解く双極子重畳法による解析方法に関するものである。

【0002】

【従来の技術】近年、計算機の発達に伴って、電磁界、構造、熱、流体等の自然現象を数値解析して、各種装置の計算及び開発に役立てることが一般的になっている。数値計算法の種類としては、各種のものがあつた。長所、短所を有するが、汎用性、融通性に優れている有限要素法が最も広く使用されている。

【0003】有限要素法による解析の手順を有限要素解析システムの構成を示す図 8 を用いて説明する。入力装置 6 より、解析モデルの要素分割に必要な情報、例えば各要素内の材料定数や境界条件等が入力され、要素分割装置 1 に対して設定される。要素分割装置 1 の要素分割部 10 は、上記情報に基づき有限要素データを作成する。作成された有限要素データはメモリ 4 に格納される。有限要素解析装置 2 の有限要素解析部 20 は、メモリ 4 から有限要素データを入力され、有限要素解析を行った後に有限要素解析結果をメモリ 5 に格納する。計算結果処理装置 3 は、メモリ 5 からの有限要素解析結果を処理して、表示装置 7 へ図形やデータとして表示する。

【0004】ここで、有限要素法には、未知数の種類に対応して各種のものがある。磁界計算を例に取れば、磁界の値をそのまま未知数にとる方法、スカラーポテンシャルを未知数にとる方法、ベクトルポテンシャルを未知数にとる方法等がある。さらに細かく述べれば、例えばベクトルポテンシャルも磁気ベクトルポテンシャルと電流ベクトルポテンシャル等に分けることができる。

【0005】また、未知数の分布の表現の仕方にも種々あり、未知数を有限要素の節点上に定義して、要素内の値を補間する節点要素有限要素法と、未知数を要素の辺上に定義して要素内の値を補間する辺要素有限要素法がある。これらの有限要素法の各手法は、計算精度、計算量、使い勝手等の点で、各々長所、短所を有しており、どれか 1 つが一番優れているというわけではなく、場合に

応じて最適な手法を使い分ける必要がある。

【0006】しかしながら、材料定数が要素間で不連続な場合には、一般的に精度が悪くなる。すなわち、未知数としてベクトルポテンシャルを用いた節点要素有限要素法は広く用いられている手法であるが、磁性体が存在して材料定数が磁性体の表面で不連続に変化するような場合には精度が悪い。この精度の悪い従来例を図 9 に示す磁気回路を用いて説明する。

【0007】図 9 の (a) は上面図、(b) は側面図である。磁性コア 31 が閉磁路を形成し、その一部に巻かれたコイル 32 に電流 33 が流されている。この状態における磁界解析を行うためには、磁性コア、コイル及びそれらを取り巻く空気を含めた 3 次元領域を取り出し、その領域内を有限要素に分割して有限要素解析を行う必要がある。

【0008】有限要素解析のための有限要素分割にはいろいろな仕方があり、図 10 の (a)、(b) に有限要素分割の例を示す。図 10 の (a)、(b) は、前記磁性コア 31 の 1 つの断面の近傍を取り出すためである。図中、34 は空気である。図 10 の (a) は磁性コア 31 の断面を 1 つの要素に分割した場合の例であり、図 10 の (b) は  $4 \times 4 = 16$  個の要素に分割した場合である。

【0009】さて、図 9 に示すモデルのコア 31 内の磁束密度の真値を知ることができないが、過程磁路法による計算や十分細かな要素分割によって計算した値から推定することはできる。図 10 の (a) のように、磁性コア 31 の断面内を 1 つの要素として分割して計算する場合の磁性コア内の磁束密度は、真値の 0.7% つまり真値の  $1/150$  程度の値になる。従って、計算精度は極めて悪い。一方、図 10 の (b) のように磁性コア断面を 16 個の要素で分割して計算した場合は、真値の 93% の値となり、真値には大分近づいてはいるがそれでも 7% 程度の誤差がある。

【0010】以上のように、ベクトルポテンシャルを未知数とした節点要素有限要素法では、磁性体が存在する場合に精度が悪く、精度の良好な解を得るためには要素分割を細かくする必要があるが、計算量並びにメモリ容量が増大する欠点があつた。一般に、材料定数が要素間で不連続な場合には、節点要素有限要素法では一般的に精度が悪くなり、精度を良くするには計算量並びにメモリ容量の増大が必要となる。

【0011】一方、前記のような誤差は辺要素有限要素法では発生しないが、一般に自然現象の数値解析には節点要素有限要素法が使用されているため、節点要素と辺要素とを併用するには節点要素と辺要素とで異なる有限要素分割データを作成する必要が生じ、作業効率が悪かつた。

【0012】

【発明が解決しようとする課題】本発明は、前記従来の

欠点を除去し、有限要素法、特に節点要素有限要素法において、材料定数が要素間で不連続な場合にも、計算量並びにメモリ容量の増大を伴わずに精度良く解析が可能な有限要素法による解析方法及び装置を提供する。

【0013】また、ベクトルポテンシャルを用い3次元節点要素を用いた有限要素法において、材料定数が要素間で不連続な場合にも、計算量並びにメモリ容量の増大を伴わずに精度良い解析が可能な有限要素法による解析方法及び装置を提供する。また、磁性体が存在する空間の磁界を計算量並びにメモリ容量の増大を伴わずに精度良く解析することが可能な有限要素法による解析方法及び装置を提供する。

【0014】更に、複数位置での磁界が知られている場合に、空間の磁界を計算量並びにメモリ容量の増大を伴わずに精度良く解析が可能な有限要素法による解析方法及び装置を提供する。

【0015】

【課題を解決するための手段】この課題を解決するために、本発明の有限要素法による解析方法は、解析対象を有限の要素に分割して解析する有限要素法による解析方法であって、分割された要素間に材料定数が不連続に変る不連続面が有る場合に、前記材料定数の不連続面の位置に不連続面の法線方向に少なくとも1層の新たな要素を追加して解析を行うことを特徴とする。

【0016】又、本発明の有限要素法解析装置は、解析対象を有限の要素に分割して解析する有限要素法解析装置であって、分割された要素間に材料定数が不連続に変る不連続面が有るか否かを判断する不連続面判断手段と、不連続面が有る場合に、前記材料定数の不連続面の位置に不連続面の法線方向に少なくとも1層の新たな要素を追加する要素追加手段と、新たな要素が追加された有限要素に基づいて解析を行う有限要素解析手段とを備えることを特徴とする。

【0017】又、本発明の有限要素法による解析方法は、解析対象を有限の要素に分割して解析する有限要素法による解析方法であって、複数位置における磁界の値が与えられた場合に、該磁界の条件を満たすように複数の磁気双極子を配置して空間内の所望の位置の磁界を求め、前記空間内に磁性体が存在して材料定数が不連続に変る不連続面が有る場合には、前記材料定数の不連続面の位置に不連続面の法線方向に少なくとも1層の新たな要素を追加して有限要素法による解析を行うことを特徴とする。

【0018】かかる構成において、分割された要素間に材料定数が不連続に変る不連続面が有る場合に、前記材料定数の不連続面の位置に不連続面の法線方向に少なくとも1層の新たな要素を追加して解析を行うことにより、計算量並びにメモリ容量の増大を伴わずに精度良く解析が可能となる。

【0019】

【発明の実施の形態】以下、本発明の実施の形態を詳細に説明する。尚、本実施の形態では空气中に磁気コアが存在する空間、あるいは複数位置での磁界が分っている空間を解析対象としたが、これに限定されず有限要素に分割された有限要素データが要素境界面で不連続な場合に、好適に適用される。

【0020】<空气中に磁気コアが存在する空間の解析例>本実施の形態を図1と図2を用いて説明する。図1の(a)は、図10の(a)と同じ図であり用いた符号も同じであり、本実施の形態の有限要素法解析システムにおいて、解析者が作成する有限要素分割データの一例である。図1の(b)は、本実施の形態の有限要素解析装置2が、図1の(a)の有限要素分割データを基に薄い要素層35を磁性コア31の表面近傍に自動作成した、有限要素解析に用いる有限要素分割データを示している。図1の(b)では、図1の(a)の磁性コア31の表面に存在する4つの節点A、B、C、Dから磁性体内部に移動した位置に、同数の節点A'、B'、C'、D'を作成して、新しい要素35としている。

【0021】図2は、本実施の形態の有限要素法解析システムの構成を示している。図2では、図8と同じ機能の箇所には同じ符号を用いている。図2の図8と異なる箇所は、有限要素法解析装置2が、有限要素データ変換部21と有限要素解析部20とから構成されているところである。つまり、本実施の形態の有限要素法解析装置2では、図1の(a)に示す要素分割データが入力されると、有限要素データ変換部21で図1の(b)に示す要素分割データに変換した後に、有限要素解析部20によって図1(b)に示す要素分割データを用いて解析を行う。但し、境界条件は、要素データ変換後に再設定するか、あるいは初期の場合には、この時点で設定を行う必要がある。また、解析が終了したならば、解析結果および解析に用いた変換後の有限要素分割データをメモリ5に格納し、これを計算結果処理装置3で処理を行い、表示装置7へ図形やデータとして表示する。

【0022】図16は、本実施の形態の有限要素法解析システム、あるいは後述の磁気双極子重畳法解析システムを実現するワークステーションの構成例である。図中、6-1は解析対象のデータや要素分割データ、あるいは動作指令を入力するキーボード入力部、6-2は表示画面上の位置を指示あるいは動作指示を行うマウス入力部、7は解析対象や有限要素分割後に対象及び解析結果を表示する表示装置、100はデータを記憶する磁気ディスク等の補助記憶を有するワークステーション本体であり、演算・制御用のCPUと制御プログラムを記憶するROMと補助記憶用のRAMとを含む。

【0023】図17は、本実施の形態の有限要素法解析システム、あるいは後述の磁気双極子重畳法解析システムを実現するハードウェアの構成例である。図中、200は演算・制御用のCPU、201はCPU200の制

御プログラムを記憶するROMで、要素分割用210a、有限要素データ変換用201b、有限要素解析用201c、計算結果処理用201d、磁気双極子配置用201eの各処理手順が格納されている。202は補助記憶用のRAMで、解析対象データ202a、点要素データと境界条件データを含む有限要素データ202b、解析結果データ202cとを記憶する。203はハードディスクやフロッピーディスク等の大容量の外部記憶装置であって、RAM202上のデータの退避に使用される一時記憶部203aと要素分割、有限要素データ変換、磁気双極子配置等に使用される汎用データを記憶するデータベース部203bとから成る。

【0024】204は、上記キーボード入力部6-1やマウス入力部6-2からの入力データ、あるいは外部機器から通信等で入力されるデータを、システム内に転送する入力インタフェース、205は、上記表示装置7やプリンタ8への出力データ、あるいは外部機器へ通信等で出力されるデータを、システム外へ転送する出力インタフェースである。

【0025】ここで、本実施の形態の概念を簡単に説明する。上記図1の(a)の有限要素データに基づく解析方法によると、ベクトルポテンシャルの発散が零以外の値を持ちうる。ベクトルポテンシャルの発散が存在するということは、ある面に対するベクトルポテンシャルの法線方向成分が不連続になりうることを示す。その結果、材料定数が空間的に不連続に変化している場合においては、ベクトルポテンシャルの法線成分が不連続になる。一方、節点要素有限要素法では、必然的にベクトルポテンシャルの全成分が連続になるように扱われるため、磁性体表面におけるベクトルポテンシャルの不連続性を表現することができず、正しい解を得ることができなくなる。

【0026】図10の(b)のように磁性体の要素分割を細かくした場合に誤差が減少するのは、ベクトルポテンシャルの不連続なジャンプを近似的に連続な変化で表現することが可能になるためである。これを図3で説明する。空気と磁性体との境界を挟んで、d-a、a-cという要素分割をする場合のベクトルポテンシャルの法線成分の分布が41で示すように不連続だったとする。ここで、d-a、a-b、b-cというように、幅hのa-bで示される要素を追加すると、ベクトルポテンシャルの法線成分の分布は42で示すようにほぼ連続な分布で表現することが可能になる。

【0027】以上の理由から考えると、磁性体の要素分割は図10の(b)のように一様に細かくするよりも、図4の(a)、(b)に示すように材料定数の不連続面近傍のみを細かく分割した方が精度改善の効果が大きいことが分る。図4の(a)は、磁性体方面に接する磁性体内部に薄い要素の層35を設けている。図4の(b)は、磁性体方面に接する空気側に薄い要素の層36を設

けている。図4の(a)、(b)共に31は磁性コアを表わし、34は空気を表わしている。

【0028】このような要素分割で計算した場合の磁性コア31内の磁束密度の値は、真値に対して、図4の(a)の場合は真値との誤差が2%程度であったが、図4の(b)の場合は真値の3%(1/35)程度の値しかなかった。つまり、図4の(a)の場合は、図10の(b)よりも要素数が少ないにもかかわらず、より真値に近い値画得られたが、図4の(b)の場合は、図10の(a)よりは真値に近付いたものの誤差が大変大きい。

【0029】以上の結果より、材料定数が不連続に変化する位置では、不連続面に接して磁性体側に薄い要素の層を設けることが精度改善に有効であることが分る。尚、本実施の形態では、薄い要素層が一層の場合を示したが、複数層を設ける方がより効果がある。また、一般的に磁性体内部においては磁束の分布が空間的に変化するのので、磁性体表面の薄い要素層に加えて、磁性体内部を必要に応じて細かく要素分割する必要がある。

【0030】本実施の形態による有限要素法解析システムによれば、図4の(a)で説明した要素分割に相当する要素分割を図1の(b)のように自動的に作成して解析を行うので、解析の精度がよいという長所を有する。また、図8に示す有限要素分割装置1を用いて図1の(b)に示すような要素分割を行うためには、磁性体近傍に特別な薄い要素層を作成するためのデータを入力する必要がある、要素作成作業が煩雑となり長い作業時間を要した。しかし、以下に説明するように、図2に示す本実施の形態によれば、有限要素解析装置2が有限要素データ変換部21で、図1の(a)の有限要素分割データを元に図1の(b)に示す薄い要素層35を磁気コアの表面近傍に自動作成するので、従来行われていたように特別な要素の層を予め設ける必要がなく、要素分割作業が簡単化される。

【0031】更に、要素分割データ自体が他の手法による要素分割データと共有化できるため、データの援用が行えデータ保管のための重複を省くことができるなど、多くの利点を有する。また、図2に示す本実施の形態の有限要素法解析システムは、図8に示す従来の有限要素法解析システムの有限要素解析装置2に、有限要素データ変換部21を追加するだけでよく、従来のシステムをそのまま活用できるという利点を有する。

【0032】図5は、図2の有限要素データ変換部21において、図1の(b)に示す要素層35を作成する方法の例を示している。図5において、51が鉄と空気との境界面である。但し、説明を簡単にするために断面をとって示している。ここで、境界面51は予め設定された各要素の材料定数のブロックの表面(フリーフェイス)として自動的に検出することができる。境界面51上には、元の要素分割による節点が存在している。

【0033】作成は、まず新しく追加する要素層の幅  $h$  を決定し、要素の面から構成される磁性体と空気の境界面 51 と平行な面 52 を想定し、境界上の節点 54 と対応する位置に新しい節点 53 を追加する。つまり、節点 54 が平面上にある場合には、その平面から垂直方向に移動した位置に新しい節点 53 を設定する。また、節点 54 が角点にある場合には、新しく想定した面 52 の対応する角点に新しい節点 53 を設定する。

【0034】以上のように新しく節点 53 を追加することにより、新しい要素 35 の層を作成することができる。ここで要素 35 の幅  $h$  は、磁性体の幅を基準にして決定する。 $h$  は少なくとも磁性体の幅の  $1/4$  以下に設定されるが、より小さい  $h$  が望ましい。その理由は、図 3 の説明から明らかなように、要素層の幅  $h$  の領域では正しい結果を与えないからである。尚、磁性体の形状によっては、 $h$  を決定する基準とする磁性体の幅は場所によって異なるものを用いる。

【0035】図 6 に本実施の形態の他の有限要素法解析システムの構成を示す。図 8 と同じものについては、同じ符号を用いている。本例においては、有限要素分割装置 1 を要素分割部 10 と要素データ変換部 11 とから構成しているところに特徴がある。要素分割部 10 では、要素データ変換部 11 において図 1 の (a) の要素分割データを作成し、要素データ変換部 11 において図 1 の (a) の要素分割データを図 1 の (b) のように自動的に変換するものである。

【0036】本例では、上記例において有限要素解析装置 2 に設けていた要素分割データ変換部 21 を、有限要素分割装置 1 内に設けたものである。上記 2 つの例を比べると、後者は有限要素解析装置 2 を全く変更しなくてよい利点がある。また、境界条件は要素データ変換後に一度設定すればよいので、従来の構成をそのまま利用できる利点がある。その他、上記例と同様の効果を有する。

【0037】図 7 に本実施の形態の更に他の有限要素法解析システムの構成を示す。図 7 で符号 45 はメモリ、8 は要素データ変換装置 1、他の符号は上記例と同じものを示す。本実施の形態では要素データ変換機能が要素データ変換装置 8 として独立して存在する点が、他の例と異なる。本例においては、要素分割装置 1 で作成されてメモリ 4 に格納された要素データを要素データ変換装置 8 に入力し、材料定数の異なる境界部に薄い要素数を自動作成した後、変更、追加された新しい要素分割データをメモリ 45 に格納する。有限要素解析装置 2 は、メモリ 45 から要素分割データを入力して解析を行う。

【0038】本例においては、要素データ変換装置 8 が独立しているので、独立した要素分割装置 1 および有限要素解析装置 2 に対し何の変更も加える必要がなく、上記例と同じ効果を得ることができ、従来システムの導入が容易であるという利点を有する。本実施の形態の有限

要素法解析システムによれば、精度のよい結果が得られることを以下に説明する。尚、 $A$ 、 $B$ 、 $A'$  はベクトルである。

【0039】磁界解析の未知数として、磁気ベクトルポテンシャル  $A$  を用いると、ベクトルポテンシャル  $A$  と磁束密度  $B$  との関係は、式 1 となる。

【0040】

【数 1】 $B = \text{rot } A$

ここで、式 1 の関係を満たすベクトルポテンシャルとして、式 2 に示す別の値  $A'$  が存在することはよく知られている。

【0041】

【数 2】 $A' = A + \text{grad } \phi$

ここで、 $\phi$  は空間的に分布を持つスカラーポテンシャルである。式 1 はベクトルポテンシャルが一義的に定まらないことを示しているため、何らかの方法でベクトルポテンシャル条件を課す必要がある。その 1 つの方法が、境界条件としてベクトルポテンシャルの値を指定することである。このことにより、ベクトルポテンシャルは自由度を失い、与えた境界条件を満たす解が一義的に定まる。

【0042】また、図 2、図 6 または図 7 の構成において、要素データ変換部 21、11 またはデータ変換装置 8 を使用するかどうかを選択できるようにすれば、本実施の形態の要素分割装置によって、異なる有限要素法の種類に適した要素分割データが作成できる。以上説明したように、本実施の形態は材料定数の異なる領域の境界に薄い要素の層を作成する要素データ変換機能を設けることにより、

①解析精度が向上し、

②解析社が要素分割作業において特別な配慮を行う必要がなく、効率の向上する、

③異材料境界に設ける要素に最適な要素データが作れ、

④かつ、従来のシステムをそのまま利用できる、などの効果を有する。

【0043】＜複数位置における磁界の値が既知である場合の解析例＞複数位置における磁界の値が既知である場合に、他の任意位置における磁界の値を得たい場合がある。これは、既知の磁界の値を境界条件として磁界の方程式を解くことに相当する。磁界計算の手法としては、最近では有限要素法では特定の境界条件が用いられるのが通常であって、任意の境界値を与えて解くのは、計算処理が複雑になる。

【0044】他に、適当な磁界発生源（電流や磁化）を仮定し、指定位置の磁界が与えられた値になるようにする方法も考えられるが、これはいわゆる逆問題となり既知の磁界の値を満たすような磁界発生源を求める問題となる。しかし、一般に有限要素法では、ポテンシャルの微係数で表わされる磁界の精度が悪いため、精度のよい計算が困難である。また、計算そのものも複雑となる。



【0045】一方、電解の場合には、複数点の電解の値を満足するように、電荷を配置する電荷重畳法がある。しかし、磁界の場合には、通常N極とS極が対になっているため、単に電荷を配置しただけではこの条件を満たせない。整理すると、従来の解析方法では、以下のような欠点があった。

①計算が複雑であり、計算時間が多くかかる。

【0046】②有限要素法の場合には、磁界の精度が悪い。

③電荷重畳法では、磁界特有のN極とS極の対の関係を満たすことができない。

本実施の形態では、複数位置の磁界の値を満たすように、複数個の磁気双極子を配置することにより、境界条件を満たす磁界方程式を解くとともに、前記境界条件を満たす磁界発生源（磁気双極子）の分布を決定する。

【0047】図11は本実施の形態を説明するための図である。図12では2次元の場合を考え、紙面の奥行方向には磁界の変化はないものとして説明する。図11で101は磁界の値が与えられる点、102は磁気双極子を配置する位置である。この例では、磁界の値が与えられる点101と磁気双極子102とは、点101を中心とする同心円周上に配置する。また、点101にお

$$B_{r1} = \frac{\mu_0 N/2}{2\pi^{1/2}} \sum \frac{1}{r_{ij}^2} \{-m_j \cdot e_i + 2(m_j \cdot e_{ij})(e_i \cdot e_{ij})\}$$

但し、 $r_{ij}$ ：磁気双極子点jと磁界データ点iの距離

$e_i$ ：中心から磁界データ点iに向かう単位ベクトル

$e_{ij}$ ：磁気双極子点jから、磁界データ点iに向かう単位ベクトル

(式5)は、( $i=1, \dots, N$ )について成立する。一方、磁気双極子は、 $N/2$ 個あり、各々2成分を持つので、合計N個の成分がある。従って、(式5)を全て磁界データ点について連立させれば、磁気双極子のN個の成分を未知数とした連立1次方程式が構成される。これを解くことにより、磁気モーメントの値が決定される。

【0051】上記の手順により、 $m_j$ が求まれば、任意点の磁界は(式5)のデータ点のかわりに、所望点の位置をとることにより計算できる。但し、この計算方法は、全空間を真空もしくは均一材質の場合にのみ適用する。近傍に磁性体などが配置された場合の磁界分布の計算は、磁気双極子の値から磁化密度分布を計算し、それを磁界発生源とする磁界計算を、例えば有限要素法等による数値計算によって行えることによりできる。この有限要素法による数値計算において、前記実施の形態の＜空気中に磁気コアが存在する空間の解析例＞が使用できるのは明かである。

$$B_{r1} = \frac{\mu_0 N/2}{4\pi^{1/2}} \sum \frac{1}{r_{ij}^3} \{m_j \cdot e_i + (m_j \cdot e_{ij})(e_i \cdot e_{ij})\}$$

但し、用いた変数の定義は(式5)と同じである。

る磁界は径方向成分 $B_r$ のみを与える。磁気双極子は、この場合は3次元的には紙上の双極子となるが、本実施の形態においては、図11に示す断面上において点とみなす。磁界が与えられた点の座標( $x_i, y_i$ )と双極子の位置( $u_j, v_j$ )とを次式のように配置する。

【0048】

$$\begin{aligned} x_i &= R \cdot \cos [2\pi(i-1)/N] \\ y_i &= R \cdot \sin [2\pi(i-1)/N] \quad (i=1, \dots, N) \end{aligned}$$

【0049】

【数4】

$$\begin{aligned} u_j &= r \cdot \cos [4\pi(j-1)/N + \pi/N] \\ v_j &= r \cdot \sin [4\pi(j-1)/N + \pi/N] \\ (j=1, \dots, N/2) \end{aligned}$$

但し、Rおよびrは、磁界データ点および双極子点の配置される円周の半径、Nは磁界データ点数である。また、i番目の磁界データ点における磁界の径方向成分を $R_{ri}$ 、j番目の磁気双極子の磁気モーメントを $m_j$ で表わすことにすると、次式の関係を得る。

【0050】

【数5】

【0052】磁化密度の計算は以下のように行う。まず、1つの磁気双極子が断表する体積（本実施の形態では、奥行方向に他に長さを考えると代表面積として扱ってよい）を考える。代表領域としては、例えば、磁気双極子を中心とするドーナツ上の領域を考え、それを等分したものをとることができる。この場合、代表体積Vは、(式6)で計算できる。

【0053】

$$\text{【数6】 } V = \pi [R^2 - (2r - R)^2]$$

磁化密度Mは(式9)で計算する。

【0054】

$$\text{【数7】 } M = m/V$$

以上のように、本実施の形態では、磁気双極子を使用しているために、磁化密度への変換が極めて容易に行える。尚、本実施の形態では2次元場の場合を示したが、3次元問題では、本実施の形態における円周を球面に置き換えることによって本発明の手法が容易に適用できる。但し、その場合は(式5)を(式8)に置き換えればよい。

【0055】

【数8】

【0056】以上述べたように、本実施の形態は以下の



利点を有する。

①極めて簡単な計算によって、与えられた磁界データを満足する磁界計算ができる。

②一度磁気モーメントを計算すると、任意点の磁界を精度よく計算することができる。

【0057】③磁界発生源としての磁界密度分布を容易に計算することができる。

本実施の形態の他の例を図12を用いて説明する。本例も上記例と同じ2次元場として説明する。図12で、記号101、103は図11と同じである。112は磁気双極子の位置を示す。磁界（径方向成分）のデータ点が円周上に配置されている点は、実施の形態5と同じであるが、本実施の形態6においては、磁気双極子の向きを全て径方向に固定し、磁界データと同じ数を配するところが異なる。また、磁気双極子の位置としては、中心103と磁界データ点101を結ぶ直線状の点にとつてい

$$B_{r_i} = \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{m_{r_j}}{r_{ij}^2} \{-e_i \cdot e_j + 2(e_i \cdot e_{ij})(e_i \cdot e_{ij})\}$$

ただし、 $e_j$  は中心から磁気双極子点  $j$  に向かう単位ベクトルであり、 $r_{ij}$ 、 $e_i$ 、 $e_{ij}$  は実施の形態5と同じである。

【0061】(式11)は、( $i=1, \dots, N$ )について成立する。従って、 $B_{y_i}$  ( $i=1, \dots, N$ ) が既知であれば、 $m_{r_j}$  ( $j=1 \dots N$ ) を未知数とする連立一次方程式を構成する。これを解けば、磁気双極子の分布が求まる。磁気双極子の分布が求まれば、(式11)において、磁界データ点の位置のかわりに、所望の位置を与えれば、任意点における磁界が計算できる。また、磁気双極子から磁化密度の分布を求めることは、上記例と同様の考え方および手順で行える。

【0062】本例は、上記例と同じ利点を有するが、更に以下の点において上記例よりも優れた点を持つ。

①磁気双極子の数が上記例の2倍と多いため、磁気双極子の空間的分布をより詳細に表現できる。また、これにより任意空間点における磁界の分布もより詳細に表現できるため、急峻な分布をより正確に計算できる。

【0063】②従来のこの種の計算においては、離散点に条件のみを課しているために、条件の与えられた点（磁界データ点）以外では、任意性があり、このため計算者が所望するものと合致しない不自然な分布が得られる場合がある。本例では、磁界データ点と同じ数の磁気

$$B_{r_i} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{j=1}^N \frac{m_{r_j}}{r_{ij}^3} \{e_i \cdot e_j + (e_i \cdot e_{ij})(e_i \cdot e_{ij})\}$$

(式12)で用いた変数は、(式8)、(式11)の場合と同じである。

【0067】3次元場の場合は、球面上に磁界データ点をとるが、本例では中心と磁界データ点を結ぶ線上にとるので、磁気双極子の位置を容易に決めることができ

る。磁界データ点の位置 ( $x_i, y_i$ )、磁気双極子の位置 ( $u_j, v_j$ ) は次式で表わされる。

【0058】

$$\begin{aligned} x_i &= R \cdot \cos [2\pi(i-1)/N] \\ y_i &= R \cdot \sin [2\pi(i-1)/N] \quad (i=1, \dots, N) \end{aligned}$$

【0059】

$$\begin{aligned} u_j &= r \cdot \cos [2\pi(j-1)/N] \\ v_j &= r \cdot \sin [2\pi(j-1)/N] \quad (j=1, \dots, N) \end{aligned}$$

但し、 $R$ 、 $r$ 、 $N$  は上記例と同じである。 $i$  番目の磁界データ点における磁界の径方向成分を  $B_{r_i}$ 、 $j$  番目の磁気双極子の磁気モーメントを  $m_{r_j}$  で表わすことにすると、(式11)の関係を得る。

【0060】

【数11】

双極子を用いており、しかも、磁気双極子の位置を、中心と磁界データ点を結ぶ直線上に配していることにより、このような不自然な解の発生を除去することができる。

【0064】このことを図13を用いて以下説明をする。図13は、磁界データとして全て同じ値を与えた場合に、本発明による磁気双極子重畳法によって計算された磁界の分布を示している。図13の(a)が前者例によるもの、図13の(b)が後者例によるものである。各々横軸は、角度位置  $\theta$ 、縦軸は磁界の径方向成分  $B_r$  である。図13において131は、磁界データ点における値を示す。132、133は、磁気双極子重畳法で計算した分布を示す。図13よりわかるように、実施の形態6は、データ点間における波打ちが小さくより自然である。この理由は、先にも述べたように、磁気双極子と磁界データ点の相対位置関係において、実施の形態6の方がよりバランスがよいためである。

【0065】以上、ここでは2次元場の場合について説明したが、3次元場の場合には、実施の形態5における場合と同様にして計算を行うことができる。その場合の計算式は(式12)となる。

【0066】

【数12】

る。尚、本例では、磁気双極子を磁界データ点よりも中心点側に配置しているが、中心点よりも遠い側に設けることもできる。個の場合、磁界データ点の内側の領域における磁界計算が可能である。

【0068】また、磁気双極子の径方向位置であるが、

これは磁界データの数や、磁界データの種類によって最適な位置が異なる。磁界データの点数が72程度の場合には、磁界データの位置から磁界データ半径の2~10%の距離だけ離れた位置に定めるのが適している。。ところで、磁気双極子の位置が妥当であるかどうかの判断は、以下のようにして行う。

【0069】①磁気双極子によって計算した磁界データ面上での磁界の分布の波打ち（図13に示すもの）の程度が小さい方がよい。つまり分布が滑らかである方がよい。具体的な評価量としては、図13に示す波打ちの凸凹の量の最大を $d$ 、磁界の値の最大を $B_{rmax}$ とする時、両者の比をとり、（式13）の範囲を満たすのが望ましい。

【0070】

【数13】  $d/B_{rmax} \times 100 < 10$  (%)

②磁気モーメントの値が、磁界分布に応じて変化した方がよい。従って、磁気モーメントが全て同じ方向を向き、かつその値が等しくなるのは不自然である。つまり、磁気モーメントは均一でない方がよい。具体的な評価量としては、磁気双極子の磁気モーメントの最大 $m_{rmax}$ と最小 $m_{rmin}$ に対して、少なくとも（式14）の範囲にあるのが望ましい。

【0071】

【数14】  $(m_{rmax} - m_{rmin}) / |m_{rmax}| \times 100 > 50$  (%)

但し、磁気双極子の値は、外向きを正、内向きを負にとる。

③磁気双極子の値を磁化密度 $M$ に変換した時、磁化密度 $M$ は、通常使用される永久磁石の磁化の値から大きくずれるのは不自然である。従って、磁化密度が（式15）の範囲にあるのが望ましい。

【0072】

【数15】  $M < 10$  (T)

図14を用いて本実施の形態の更に他に例を説明する。図14は、2次元場の場合を示す。図14において、141は磁界データ点であり、円周上に配置される。144は中心である。143は磁気双極子であり、1つの磁界データ点と中心に対して、対称な位置に9個が配置されている。但し、この9個の磁気双極子の磁気モーメントは、図べて中心から磁界データ点141に向かう方向を持ち、大きさも同じである。

【0073】この場合、磁界データ $B_{rj}$ と、磁気双極子 $m_{rj}$ の関係は、（式11）（式12）と同様の式で表わされ、磁界データの数 $N$ と同じ数の関係式が成立する。一方、磁気双極子の値である未知数 $m_{rj}$ も磁界データと同じ $N$ であるので、連立一次方程式を解くことによって、容易に解くことができる。本例においては、前述の2つの例に比べて更に以下の利点を有する。

【0074】①2つの磁界データ点に対し、複数の磁気双極子が分布して配置されるため、磁気双極子が発生

する磁界分布に生ずる図13に示される波打ちの減少が大幅に抑制され、より自然かつ正確な磁界計算が可能である。

②直訴極子を磁化密度に変換する場合、図14の145に示されるように、各磁気双極子の代表領域を定めると、1つの磁気双極子が代表する領域は小さくなるため、換算後の磁化密度の精度が向上し、この磁化密度を磁界発生源として有限要素法等によって計算した場合の磁界の精度も大幅に改善される。

【0075】前述した計算は、いずれもパーソナルコンピュータやエンジニアリングワークステーション等の比較的小型の計算機上で実行することができる。図15は、実行処理の一例を示す流れ図である。以下、図15に従って処理の流れを説明する。

①ステップS1にて、磁界データを入力する。

【0076】②ステップS2にて、前記の方法で連立1次方程式を構成し、それを解くことによって、磁気双極子のモーメントを計算する。

③ステップS3にて、磁気双極子を磁化密度に変換する。

④ステップS4にて、磁界の滑らかさ、磁気モーメントの不均一性、磁化密度の大きさ、などの評価量を計算する。

【0077】⑤ステップS5にて、前項の評価量を用いて、求めた磁気モーメントの良否を判定する。

⑥ステップS5にて良と判定された場合、ステップS6へ行き、計算したい位置を指定して、所望の位置の磁界の計算を行う。

⑦ステップS7では、必要に応じて、磁化密度を記憶装置に格納する。

【0078】⑧ステップS5にて否と判定された場合、ステップS8へ行き、磁気モーメントの結果がよくない場合の計算として、磁気双極子の径方向位置を変更して、計算をやり直す。

前記のような計算機を用いたシミュレータにおいては、必要に応じて、計算データや計算結果を画面表示することにより、計算の操作性、利便性を高めることができる。

【0079】また、与える磁界データとしては、測定データを使用することができる。以上詳細に説明したように、本実施の形態では複数位置の磁界の値を満たすように複数の磁気双極子を配置することにより、境界条件を満たす磁界方程式を解くとともに、前記境界条件を満たす磁界発生源（磁気双極子）の分布を決定するので、以下の効果を持つ。

【0080】①複数点の磁界データを満たす場の磁界計算を簡単な演算処理によって実行できる。

②任意位置の磁界を簡単に、しかも精度よく計算できる。

③上記磁場を形成する磁界発生源としての磁化密度の分

布を容易に計算することができる。

【0081】④磁界計算の精度を判定する評価量を用いて、計算の良否を判定することができるとともに、計算パラメータを最適化することができる。

【0082】尚、本発明は、複数の機器（例えば、ホストコンピュータ、インタフェース機器、リーダ、プリンタ等）から構成されるシステムに適用しても、一つの機器からなる装置（例えば、複写機、ファクシミリ装置等）に適用してもよい。また、本発明の目的は、前述した実施形態の機能を実現するソフトウェアのプログラムコードを記録した記憶媒体を、システムあるいは装置に供給し、そのシステムあるいは装置のコンピュータ（またはCPUやMPU）が記憶媒体に格納されたプログラムコードを読み出し実行することによっても、達成されることは言うまでもない。

【0083】この場合、記憶媒体から読出されたプログラムコード自体が上述した実施の形態の機能を実現することになり、そのプログラムコードを記憶した記憶媒体は本発明を構成することになる。プログラムコードを供給するための記憶媒体としては、例えば、フロッピディスク、ハードディスク、光ディスク、光磁気ディスク、CD-ROM、CD-R、磁気テープ、不揮発性のメモリカード、ROMなどを用いることができる。

【0084】また、コンピュータが読出したプログラムコードを実行することにより、前述した実施形態の機能が実現されるだけでなく、そのプログラムコードの指示に基づき、コンピュータ上で稼働しているOS（オペレーティングシステム）などが実際の処理の一部または全部を行い、その処理によって前述した実施の形態の機能が実現される場合も含まれることは言うまでもない。

【0085】更に、記憶媒体から読出されたプログラムコードが、コンピュータに挿入された機能拡張ボードやコンピュータに接続された機能拡張ユニットに備わるメモリに書き込まれた後、そのプログラムコードの指示に基づき、その機能拡張ボードや機能拡張ユニットに備わるCPUなどが実際の処理の一部または全部を行い、その処理によって前述した実施形態の機能が実現される場合も含まれることは言うまでもない。

【0086】本発明を上記記憶媒体に適用する場合、その記憶媒体には、先に説明したフローチャートに対応するプログラムコードを格納することになる。

【0087】

【発明の効果】以上説明したように、本発明は材料定数の異なる領域の境界に、薄い要素の層を作成する要素データ変換機能を設けることにより、以下の効果を有する。

①解析精度が向上し、

②解析者が、要素分割作業において異材料境界に特別な配慮を行う必要がなく、効率の向上する、

③異材料境界に設ける要素に最適な要素データが作れ、

④かつ、従来のシステムをそのまま利用できる。

【0088】本発明は複数位置の磁界の値を満たすように複数の磁気双極子を配置することにより、境界条件を満たす磁界方程式を解くとともに、前記境界条件を満たす磁界発生源（磁気双極子）の分布を決定するので、以下の効果を持つ。

①複数点の磁界データを満たす場の磁界計算を簡単な演算処理によって実行できる。

【0089】②任意位置の磁界を簡単に、しかも精度よく計算できる。

③上記磁場を形成する磁界発生源としての磁化密度の分布を容易に計算することができる。

④磁界計算の精度を判定する評価量を用いて、計算の良否を判定することができるとともに、計算パラメータを最適化することができる。

【図面の簡単な説明】

【図1】本実施の形態の要素分割を説明するための図である。

【図2】本実施の形態の有限要素法解析システムの一構成例を示す図である。

【図3】磁性体表面近傍のポテンシャルの分布を説明するための図である。

【図4】磁性体近傍の要素分割を細かくした例を示す図である。

【図5】追加要素の作成方法を説明するための図である。

【図6】本実施の形態の有限要素法解析システムの他の構成例を示す図である。

【図7】本実施の形態の有限要素法解析システムの更に他の構成を示す図である。

【図8】従来の有限要素法解析システムを説明するための構成図である。

【図9】有限要素法の精度を説明するために用いる磁気回路の例を示す図である。

【図10】要素分割の例を示す図である。

【図11】本実施の形態の磁気双極子の配置の一例を示す図である。

【図12】本実施の形態の磁気双極子の配置の他例を示す図である。

【図13】本実施の形態における磁界の分布の波打ちを説明するための図である。

【図14】本実施の形態の磁気双極子の配置の更に他例を説明するための図である。

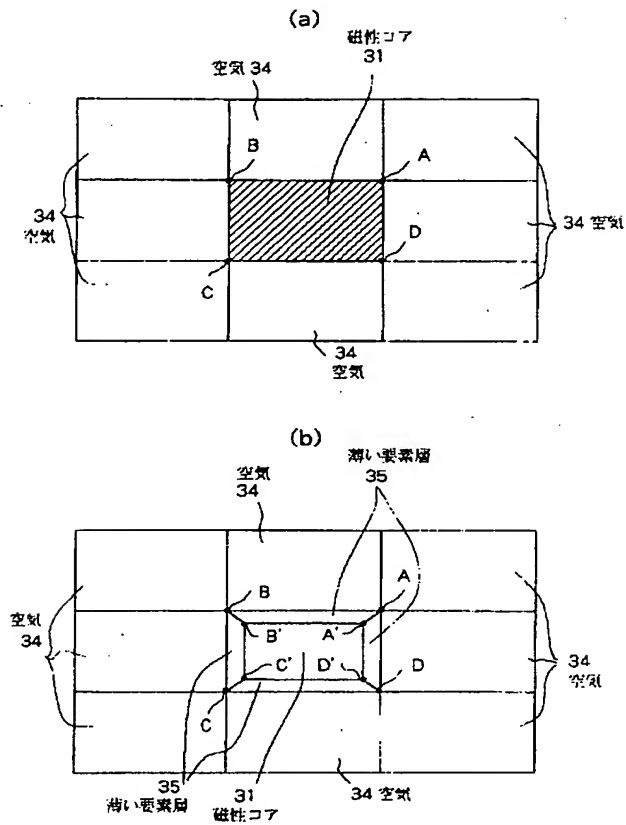
【図15】本実施の形態の磁界計算の実行処理の一例を示す流れ図である。

【図16】本実施の形態の有限要素法解析システム、あるいは磁気双極子重畳法解析システムを実現するワークステーションの構成例を示す図である。

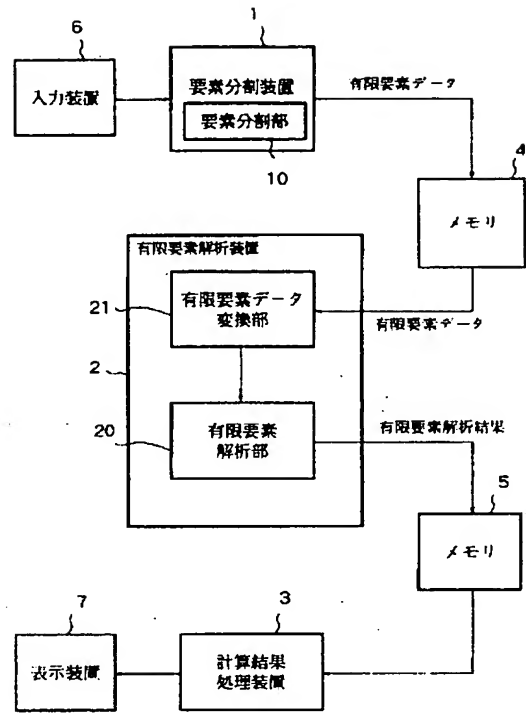
【図17】本実施の形態の有限要素法解析システム、あるいは磁気双極子重畳法解析システムを実現するハード

ウエアの構成例を示す図である。

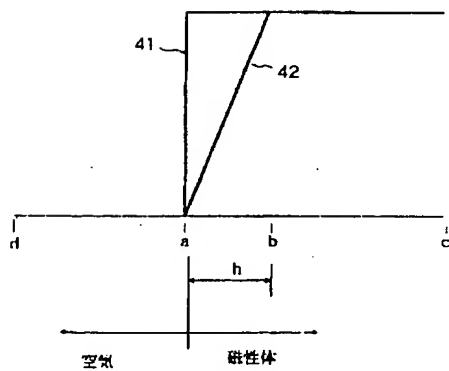
【図 1】



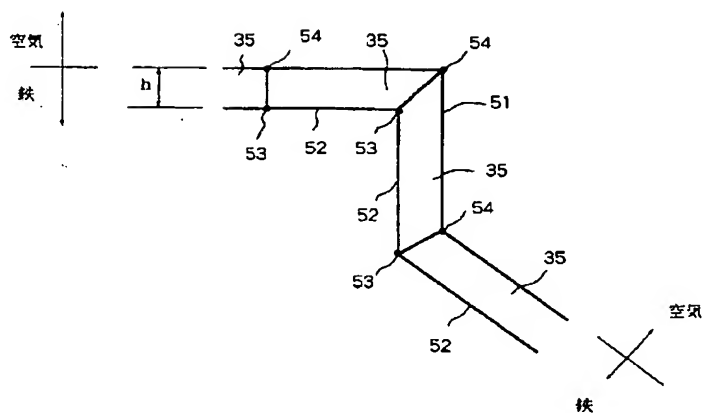
【図 2】



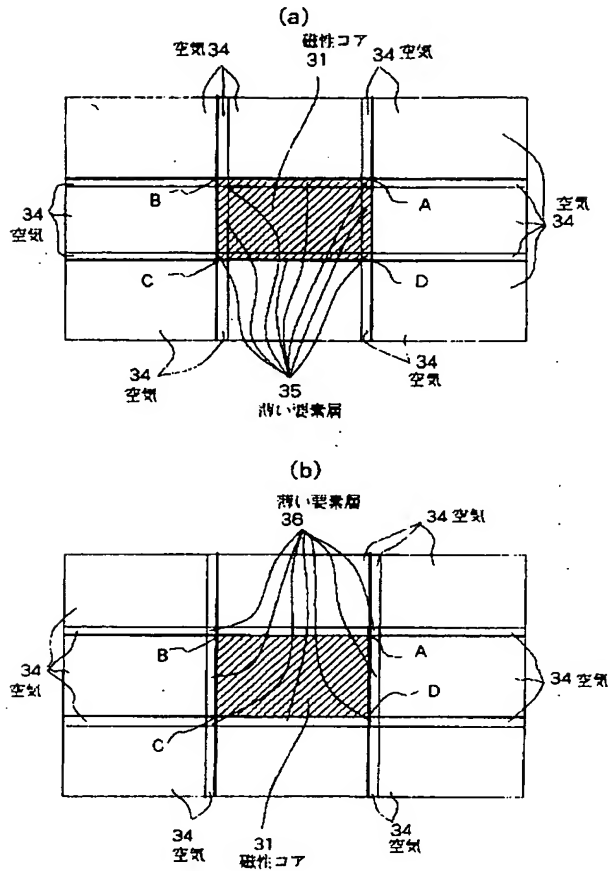
【図 3】



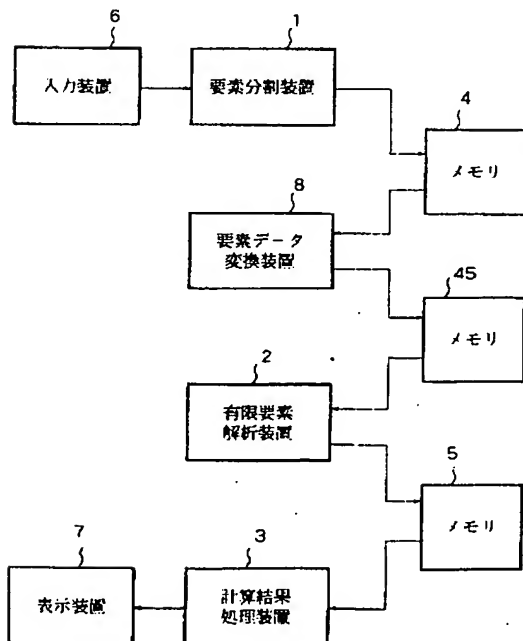
【図 5】



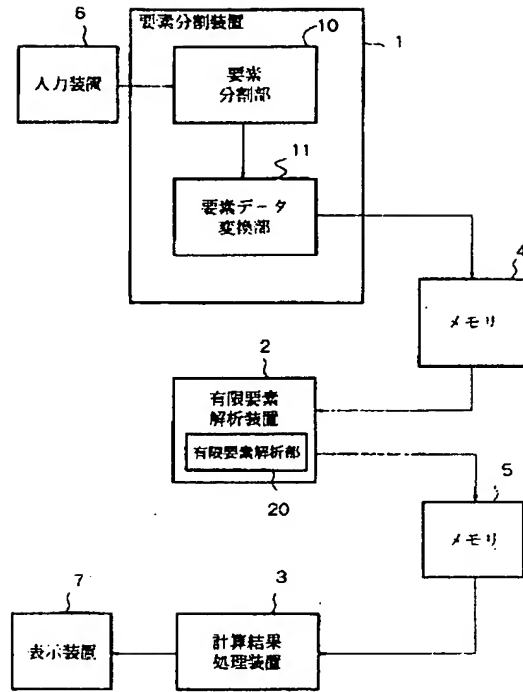
【図4】



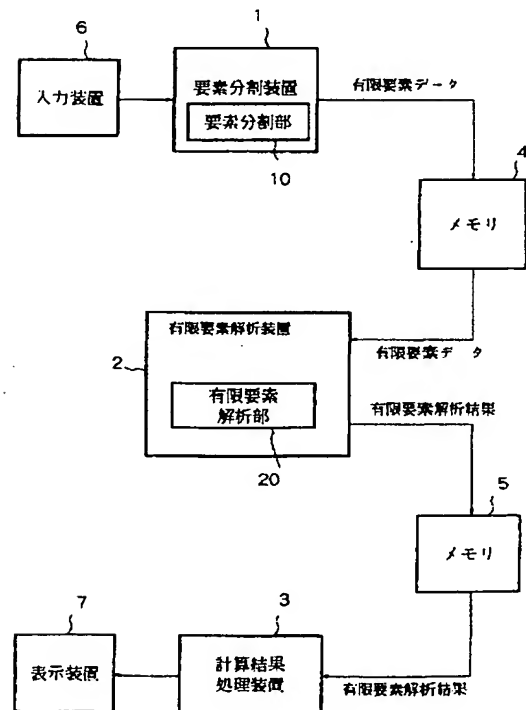
【図7】



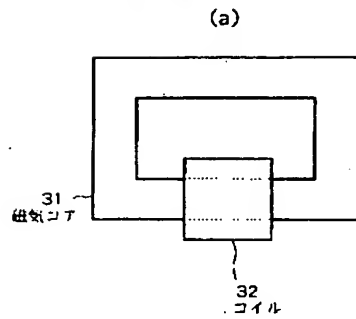
【図6】



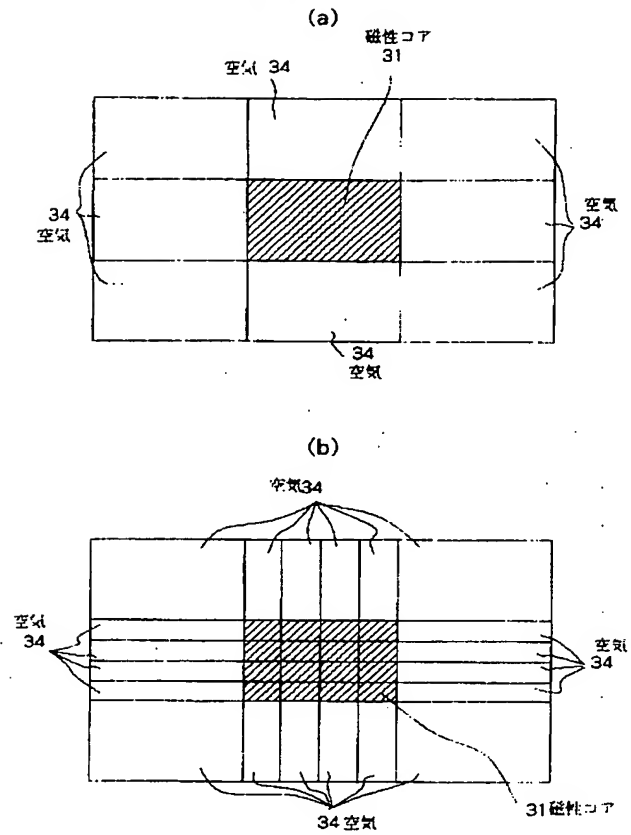
【図8】



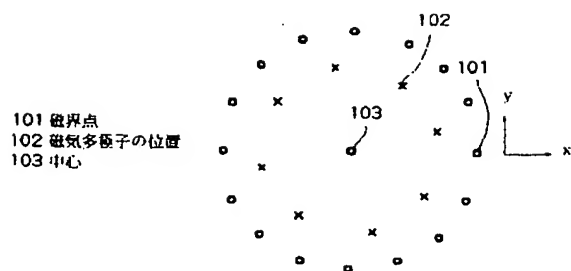
【図 9】



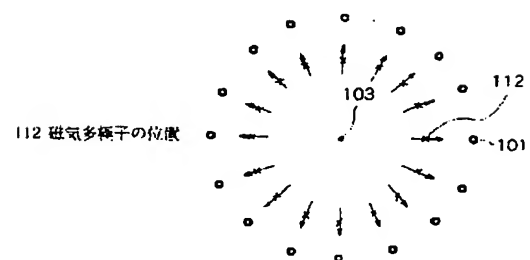
【図 10】



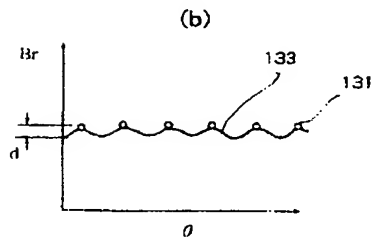
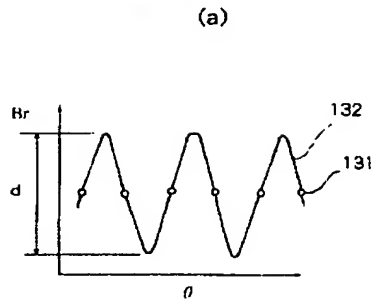
【図 11】



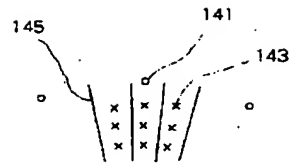
【図 12】



【図13】

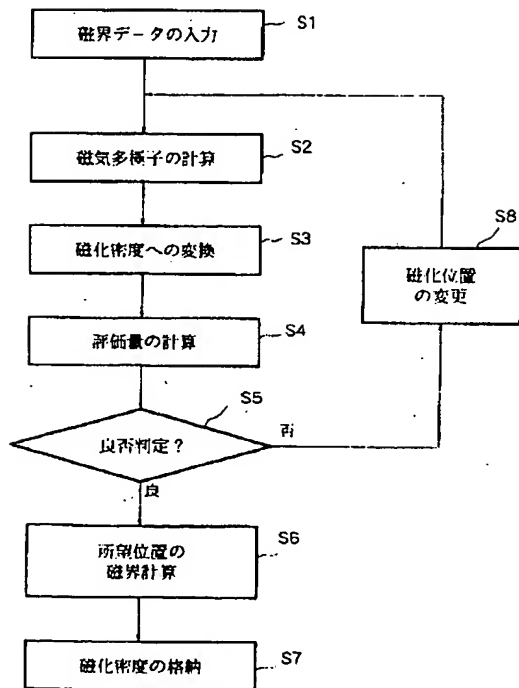


【図14】

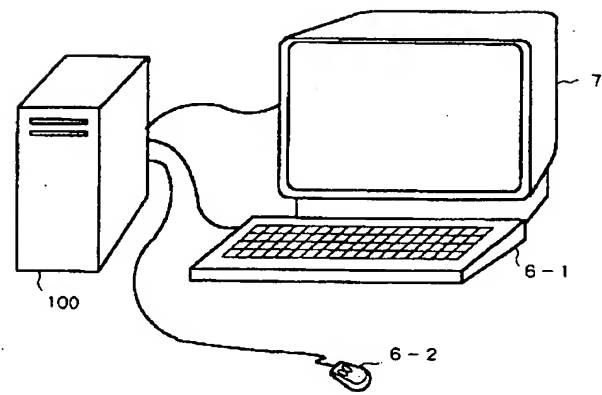


- 141 磁界データ点
- 143 磁気多極子の位置
- 144 中心
- 145 磁気多極子の代表領域の境界

【図15】



【図16】





【図17】

